

上海市三大产业 CES 生产函数弹性估计

王 军¹ 刘兰娟²

(1. 浙江水利水电专科学校, 310018; 2. 上海财经大学, 200433)

内容摘要: 替代参数的合理估计是应用 CES 生产函数进行经济活动分析首要前提。而现有研究现有关于上海市三大产业生产函数替代参数的估计, 使得后续研究缺乏必要的依据。本文以各统计年鉴中上海经济统计数据为基础, 结合 CES 生产函数一阶优化条件式中的经济变量进行数据的处理, 采用贝叶斯方法估计出 CES 生产函数假设下的上海市三大产业的替代弹性, 从而为相关研究提供了可行的方法和可信的参数。

关键词: CES 生产函数 替代弹性 贝叶斯估计

中图分类号: F127 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005 - 1309(2012) 05 - 0106 - 007

一、引言

宏观经济研究中常将复杂的社会活动抽象为简单的数学函数, 继而通过该函数各项特征的分析与研究来实现对社会生产的规律把握, 常替代弹性 (Constant Elasticity of Substitution, CES) 函数是代表社会生产、居民消费等常用的一个函数。Arrow、H. B. Chenery 等 (1961) 最早提出 CES 生产函数, 常用的两要素 CES 生产函数形式如下:

$$Q = F_{CEF}(K, L) = \gamma(\delta K^{-\rho} + (1 - \delta) L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}} \quad (1)$$

其中 Q 表示产出, K 是投入的资本要素, L 是投入的劳动要素, γ (>0) 是希克斯中性技术进步参数或效率参数, δ ($0 < \delta < 1$) 是代表要素相对重要地位的份额参数, ρ (> -1) 是计算要素间替代弹性的替代参数。当 $\rho \rightarrow \infty$ 时, CES 函数就变成了 Leontief 函数, 当 $\rho \rightarrow -1$ 时, CES 函数变成了线性生产函数, $\rho \rightarrow 0$ 时, CES 函数变成了柯布 - 道格拉斯 (C - D) 函数。可见, Leontief 函数, 线性生产函数和 C - D 函数都是 CES 函数的特殊形式, 从而用 CES 函数描述经济行为更具有一般性。在替代参数已知的情况下可以通过参数校准^①的方式计算效率参数和份额参数, 因此替代参数是应用 CES 生产函数进行宏观经济分析和研究的关键参数。这三个参数直接决定了 CES 函数所代表的经济活动的具体特性。因此只有在合理的参数取值下, CES 函数才能恰当地描述目标经济体的经济活动。然而国内相关研究很少有关于上海市各产业 CES 生产函数弹性估计方法与结果的论述, 这对借助 CES 生产函数描述上海经济总体运行情况, 进行宏观经济分析形成了巨大的阻碍。鉴于王军 (2012) 认为其他条件相同的情况下, 国际常用的三种估计方法^②中 CES 函数一阶优化条件 (First Order Condition, FOC) 式能够得到更为有效的弹性参数, 本文以各统计年鉴中上海经济统计数据为基础, 结合 CES 生产函数一阶优化条件式中的经济变量进行数据的处理, 采用贝叶斯方法估计出 CES 生产函数假设下的上海市三大产业的替代弹性, 从而为相关研究提供数据依据。

收稿日期: 2012 - 04 - 30

* 基金项目:

① 所谓校准, 就是将方程体系中的系数作为未知变量, 而将各种统计报告中得出的经济数据作为已知数带入方程, 求解出方程系数的方式。

② 即, 台劳展开线性化方法、方程对数化方法和一阶条件式线性化方法。

二、数据来源及处理

如何确定替代弹性一直是一个挑战，国内外学者为此进行了长期的探索，如 Kmenta（1967）提出了对 CES 进行台劳展开的线性化方式，Kadane（1967）对此方法进行验证，得出此方法对效率参数的估计可以比较可靠而对弹性的估计不是太可靠的结论；Lancaster（2004）在非线性的贝叶斯（Bayesian）回归模型中例举了 CES 函数的参数估计方法，Berndt（1976）和 Antràs（2004）采用 CES 优化条件构造多组估计方程来进行替代弹性的估计，Edward J. Balistreri（2003）等人利用 CES 优化条件估计美国工业短期与长期替代弹性，并得出美国工业生产基本符合 C—D 生产的结论，徐卓顺（2009）在其博士论文中采用贝叶斯方法借助对数化 CES 函数进行替代参数的估计。由于统计体系几次大的调整，很多数据或是缺失，或是稀少，或是前后不一致，使得要获取完整的数据非常困难，往往只能获取 10 年左右的历史数据。因此采用适合于小样本数据的贝叶斯方法进行 CES 参数估计，可以弥补数据量不够带来的部分缺憾，得到有效的估计结果。

采用 CES 生产函数一阶优化条件式进行参数估计，需要获取四组经济变量的时间序列：投入资本（K），资本报酬率（Pk），从业人员（L），从业人员报酬率（PL）。赵永和王劲峰（2008）认为投入资本通常又可以用资本存量来代替，而上海市迄今仍没有官方资本存量数据公布，为此本文借助王军（2012）提出的特定系数优化法估计出上海市各产业折旧率及其对应的资本存量序列数据。资本报酬率通过投入产出表中的营业盈余（资本收益）与投入资本的比值来获取；从业人员与从业人员报酬率①均通过上海市统计年鉴来获取。（一）资本存量与营业盈余迄今上海市相关统计部门并没有发布上海市各产业的资本存量情况，为此本文借助统计年鉴中的固定资产投资②数据与投入产出表发布的折旧数据③，应用王军（2012）介绍的特定系数优化法求解出满足上海三大产业计算折旧与发布折旧总体误差最小的最优折旧率，如表 1 所示：

表 1 上海各产业最优折旧率(%)			
总体	一产	二产	三产
7.7	5.2	21.0	4.8

可以看出，计算出的上海市第一产业与第三产业折旧率与国际通用的 5% 标准相当接近，而第二产业的折旧率相对较大。在此折旧率的基础上计算得到以当年价格表示的历年年末资本存量如表 A5 所示（见附录）。由于资本存量是一个存量数据，无论是年初的资本存量还是年末的资本存量都不适合表示在生产过程中的投资。在没有任何关于投资——时间分布先验信息的情况下，不妨假设投资线形增加，因此在生产过程中发生作用的投资就等于年初与年末资本存量的平均值，即 2 阶移动平均：

$$K_n = \frac{K_{n-1} + K_n}{2} \quad (2)$$

其中 K_n 表示第 n 年的投资，表示第 n 年年末的资本存量。从而整理出以当年价格表示的各产业历年资本存量如表 2 所示：

① 采用统计年鉴中的从业人员平均劳动报酬数据。

② 《上海统计年鉴》详细列出了三大产业全社会固定投资的历年数据，如果需要得到更细化的数据，可以从《中国统计年鉴》固定资产投资章节中关于各地区按主要行业划分的全社会固定资产投资数据表中获取。整理出的三大产业历年固定资产投资及价格系数如表 A1 所示（见附录）。

③ 《上海统计年鉴》中只发布了 2000、2002、2005 和 2007 年四个投入产出表，根据这些投入产出表，整理出主要年份的折旧数据如表 A2 所示（见附录）。

表 2 移动平均后上海各产业资本存量 (亿元)

时间	总体	一产	二产	三产
1999	7727.58	74.82	1600.67	5013.61
2000	8995.75	78.82	1880.95	6011.84
2001	10299.94	82.46	2148.29	7042.93
2002	11629.26	84.22	2408.16	8107.13
2003	13337.24	86.45	2723.39	9469.08
2004	15985.60	92.31	3231.25	11528.57
2005	18198.69	93.67	3623.33	13333.28
2006	20549.78	98.82	4013.24	15283.68
2007	23887.23	108.52	4606.89	17978.44
2008	28608.91	119.72	5391.08	21813.98
2009	30591.83	119.87	5533.76	23709.53

各产业投资的资本回报用投入产出表中的产业营业盈余信息来表示，从而整理出上海市三大产业主要年份的营业盈余如表 A4 所示(见附录)。《上海统计年鉴》在“国民经济核算”下“上海市生产总值收入法项目”统计数据中详细列出了历年上海市的营业盈余，然而该数据与投入产出表数据有出入。借助《上海统计年鉴》中的总体盈余数据，以投入产出表各产业营业盈余数据结构为比例进行拆分，得到各产业营业盈余如表 3 所示。

表 3 上海各产业历年营业盈余 (亿元)

时间	总体	第一产业	第二产业	第三产业
1999	4188.73	13.43	531.75	607.91
2000	4771.17	13.73	576.58	652.83
2001	5210.12	14.60	612.99	694.05
2002	5741.03	15.32	683.46	766.42
2003	6694.23	14.39	895.02	1091.38
2004	8072.83	19.57	1217.68	1484.82
2005	9247.66	21.48	1336.38	1629.56
2006	10572.24	23.56	1465.44	1786.94
2007	12494.01	15.46	1686.02	2235.89
2008	14069.87	15.14	1651.32	2189.87
2009	15046.45	15.70	1712.20	2270.60

(二) 从业人数与平均劳动报酬

《上海统计年鉴》对于从业人员的统计存在两种口径：在岗从业人员和比其稍大一些就业人员数据。两种口径在统计年鉴中出现了交错的情形，其中可以在统计年鉴中找到关于 1999、2000 和 2007 三年的两种口径的统计数据如表 A3 所示(见附录)。鉴于产业增加值是所有从业人员共同劳动的结果，本文采用稍大一些的统计数据，以尽量贴近现实。然而 2001 至 2006 年的数据为在岗从人员统计数据，本文按照 1999、2000 和 2007 年两种口径数据的平均差异对其进行调整，以使整个数据序

列保持一致性。调整后的从业人员如表 4 所示。

时间	总体	第一产业	第二产业	第三产业
1999	812.09	92.69	377.28	342.12
2000	828.35	89.23	367.04	372.08
2001	838.93	87.55	367.81	383.34
2002	883.30	84.60	380.89	417.56
2003	906.73	74.04	376.36	455.70
2004	933.29	67.58	375.00	489.59
2005	962.79	61.28	382.55	518.04
2006	987.54	55.57	388.84	542.42
2007	1024.33	53.71	422.55	548.07
2008	1053.24	49.38	424.16	579.7
2009	1064.42	48.53	423.03	592.86

从业人员平均报酬理论上等于从业人员报酬总额除以从业人数，但是统计年鉴中的两个数据相差较大，本文根据从简原则采信从业人员平均报酬数据。然而在 2004 年以前的统计年鉴中并没有单独列出三大产业各自的从业人员平均劳动报酬数据，可以直接将“农、林、牧、渔业”的数据作为第一产业的数据。对第二产业而言，可以从统计年鉴“工业”和“建筑业”章节获取具体的从业人员数据，以此作权将两个产业平均劳动报酬进行加权平均就可以得到第二产业从业人员平均劳动报酬。而对于第三产业而言，由于其包含的内容众多，加上统计口径的调整，难以通过第三产业各子产业数据的加权平均来得。可以在总体平均劳动报酬和第一产业、第二产业平均劳动报酬均已知的情况下根据如下加权平均公示变形求得第三产业平均劳动报酬：

$$x_j = \frac{y - \sum_{i \neq j} a_i x_i}{a_j} \quad (3)$$

其中 y 表示上海市从业人员平均劳动报酬， x_i 表示第一、第二产业的从业人员平均劳动报酬， a_i 表示第一、第二产业的从业人员权重， a_j 表示第三产业的从业人员权重， x_j 表示待求的第三产业从业人员平均劳动报酬。根据表 4 计算出三大产业的从业人员权重，继而利用上式可以求出第三产业从业人员平均劳动报酬。各行业从业人员平均劳动报酬如表 5 所示。

表 5

各行业从业人员平均劳动报酬

(元)

时间	总体	第一产业	第二产业	第三产业
1999	16296	10825	15888	16691
2000	18035	11983	17292	18674
2001	20876	11038	20287	21386
2002	22612	14580	22017	23119
2003	25565	15450	25093	25971
2004	27796	16999	27290	28259
2005	29350	18394	28878	29729
2006	31371	19459	29079	33294
2007	35952	21550	31361	40016
2008	40897	23831	34674	46322
2009	42801	29262	36051	48058

三、替代弹性的估计

王军（2012）的研究认为，对 CES 生产函数弹性参数进行估计的三种常见方法中，其他条件相同的情况下，一阶条件式估计法能够得到比其它方法更为有效的估计结果。其估计方程如下：

$$\ln(P_L/P_K) = (1 + \rho) \cdot \ln(K/L) - \ln(\delta/1 - \delta) \quad (4)$$

采用 WinBUGS 软件进行贝叶斯估计，可以方便地借助图形化工具进行模型构建和收敛性诊断。为充分保证贝叶斯估计的收敛性，本文设置三条具有不同初值的马氏链以形成多层迭代链仿真。同时，为了消除数据序列的自相关性，得到稳定、合理的估计结果，需要根据收敛诊断图设置不同的采样点间隔。在自相关图、数据历史图和数据动态图都达到理想状态时可以认定进行贝叶斯估计的马尔科夫链已经稳定，从而得到的理想的估计效果和可靠的估计结果。

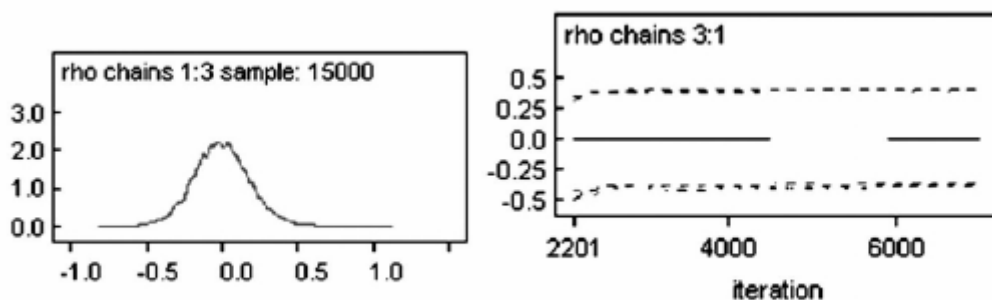


图 1 参数估计后验核密度图与收敛效果图示例

上海市各大产业 CES 生产函数贝叶斯估计后验核密度图与正态分布相似度都很高，同时，三条由不同初值生成的马氏链收敛诊断图也趋于重合，如图 1 所示。因此本文得到的三大产业生产函数弹性参数的估计结果是比较理想的，如表 6 所示。

表 6 各产业生产参数贝叶斯估计结果

部门	第一产业	第二产业	第三产业
ρ	-0.003161	-0.3651	0.08532
δ	0.1266	0.3293	0.548

可以看出,上海市第一产业的弹性参数 的估计结果非常接近于 0,从而第一产业的生产函数近似于柯布道格拉斯生产函数。第三产业弹性参数 的估计结果也比较接近于 0,从而一定程度上也近似于柯布道格拉斯生产。上海市第二产业的弹性参数 明显小于 0,说明资本与劳动之间存在一定的替代性。从而上海各产业 CES 生产函数要素替代弹性整理如表 7 所示:

表 7 各部门 CES 生产函数替代弹性值

部门	第一产业	第二产业	第三产业
弹性值	1.003171	1.575051	0.921387.

四、结论

本文以各统计年鉴中与上海经济有关的统计数据为基础,针对采用 CES 生产函数一阶优化条件式进行弹性参数估计需要的经济变量进行数据处理,采用贝叶斯方法进行参数估计以克服数据小样本对估计效果的影响,在通过各项收敛性检验的情况下估计出上海市三大产业的 CES 生产函数的替代弹性。从估计结果来看,上海市第一产业和第三产业的折旧率与国际通行的 5% 水平接近,因此其对应的生产函数也与 C — D 生产函数比较类似。本文的研究为基于 CES 生产函数假设的上海经济研究提供了数据依据,也为其他相关研究提供了可行的技术路径。□

参考文献:

1. Antràs, P. Is the U. S. Aggregate Production Function Cobb — Douglas? New Estimates of the Elasticity of Substitution. Contributions to Macroeconomics [J] 2004(1) : 36.
2. Arrow, K. J. , H. B. Chenery 等. Capital — Labor Substitution and Economic Efficiency. Review of Economics and Statistics [J] 1961(3) : 26.
3. Berndt, E. R. Reconciling Alternative Estimates of the Elasticity of Substitution. The Review of Economics and Statistics [J] 1976(1) : 10.
4. Edward J. Balistreri, C. A. M. , Eina Vivian Wong. An estimation of US industry — level capital — labor substitution elasticities: support for Cobb — Douglas. North American Journal of Economics and Finance [J] 2003: 14.
5. Kadane, G. S. M. a. J. B. ESTIMATION OF RETURNS TO SCALE AND THE ELASTICITY OF SUBSTITUTION. Econometrica [J] 1967(3) : 5.

6. Kmenta, J. On Estimation of the CES Production Function. International Economic review [J] 1967(2) : 14.
7. Lancaster, T. An Introduction to Modern Bayesian Econometrics [M], Blackwell Publishing Ltd2004.
8. 王军 (2012) . 信息服务业对上海经济影响的 CGE 建模研究. 信息管理与工程学院. 上海, 上海财经大学. Ph. D.
9. 徐卓顺 (2009) . 可计算一般均衡 (CGE) 模型: 建模原理、参数估计方法与应用研究. 商学院. 长春, 吉林大学. 博士: 128.
10. 赵永, 王劲峰. 经济分析 CGE 模型与应用 [M]. 北京, 中国经济出版社 2008: 277 — 282.